НАДЕЖНОСТЬ И ДОЛГОВЕЧНОСТЬ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

УДК 534.014.3 https://doi.org/10.18503/1995-2732-2019-17-2-55-59

РЕАКТИВНАЯ И ПОЛНАЯ МЕХАНИЧЕСКИЕ МОЩНОСТИ ВИБРАЦИОННЫХ МАШИН

Попов И.П.

Курганский государственный университет, Курган, Россия

Аннотация. Рассматриваются разновидности механической мощности в вибрационных процессах. При работе вибрационных машин развивается кинетическая энергия за счет движения массивных тел и тепловая за счет трения. Их производные определяют различные виды механической мощности – переменную реактивную и неотрицательную тепловую. Дуально-инверсным аналогом реактивной механической мощности является реактивная электрическая мощность. Тепловой механической мощности соответствует электрическая активная мощность. **Целью работы** является теоретическое описание разновидностей мощности, имеющей место при работе вибрационных машин. Задача заключается в аналитическом представлении энергетического аспекта вибрационных явлений. Актуальность исследования обусловлена негативным влиянием механической реактивной мощности на качество тока питающей сети (появление гармоники с частотой механических колебаний, трансформация механической реактивной мощности в электрическую реактивную мощность и др.). Рассмотрение основано на том, что в удовлетворительном приближении перемещение массивного рабочего органа вибромеханизма можно считать гармоническим. Так же как активная мощность в электротехнике, определяется механическая диссипативная мощность $P = FV\cos\varphi$, где φ представляет собой разность фаз колебаний представленных величин. Так же как реактивная мощность в электротехнике, определяется механическая реактивная (инерционная) мощность $Q_i = FV\sin\varphi$. В электротехнике принято, что P – это среднее значение, а Q – амплитуда. Здесь все обстоит точно так же. Так же как в электротехнике, определяется полная мощность $S = \sqrt{Q_i^2 + P^2} = FV$. Она находится как умножение действующих значений величин. Представлены комплексное и векторное описания диссипативной и реактивных мощностей. Материальным воплощением виртуальных вращающихся векторов в вибрационных процессах являются кривошипы вращательно-линейных преобразователей.

Ключевые слова: реактивная мощность, активная мощность, полная мощность, комплексное представление, векторное представление.

Введение

Механическая мощность является производной энергии по времени. При работе вибрационных машин [1, 2] развивается кинетическая энергия за счет движения массивных тел и тепловая за счет трения. Их производные определяют различные виды механической мощности – переменную реактивную и неотрицательную тепловую.

Дуально-инверсным аналогом реактивной механической мощности является реактивная электрическая мощность. Тепловой механической мощности соответствует электрическая активная мощность [3, 4].

Целью работы является теоретическое описание разновидностей мощности, имеющей место при работе вибрационных машин.

Задача заключается в аналитическом представлении энергетического аспекта вибрационных явлений.

Актуальность исследования обусловлена негативным влиянием механической реактивной мощности на качество тока питающей сети (появление гармоники с частотой механических колебаний, трансформация механической реактивной мощности в электрическую реактивную мощность и др.).

Реактивная инерционная и активная тепловая мощности

В удовлетворительном приближении перемещение массивного рабочего органа вибромеханизма можно считать гармоническим

$$x = l\sin\omega t,$$

© Попов И.П., 2019

где x – координата; l – амплитуда; ω – круговая частота.

Скорость определяется как производная перемещения

$$v = \dot{x} = l\omega\cos\omega t = V_m \cos\omega t .$$

Здесь

$V_m = l\omega$ – максимальное значение.

Из электротехники известно, что действующее значение меньше

$$V = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{l\omega}{\sqrt{2}} . \quad (1)$$

В соответствии с вторым законом Ньютона сила определяется как

$$f_a = m\ddot{x} = -lm\omega^2 \sin\omega t . \quad (2)$$

Сила трения равна

$$f_\mu = \mu\dot{x} = \mu l\omega\cos\omega t . \quad (3)$$

Здесь μ – коэффициент трения.

Сумма этих сил имеет вид

$$f = f_a + f_\mu = -lm\omega^2 \sin\omega t + \mu l\omega\cos\omega t =$$
$$= l\omega\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2}\left(\frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2}}\cos\omega t - \right.$$
$$\left. - \frac{m\omega}{\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2}}\sin\omega t\right).$$

Пусть

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{m\omega}{\mu} . \quad (4)$$

При этом формулу для силы можно записать в виде

$$f = l\omega\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2}\left(\cos\varphi\cos\omega t - \sin\varphi\sin\omega t\right) =$$
$$= l\omega\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2}\cos(\omega t + \varphi) .$$

Максимальное значение

$$F_m = l\omega\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2} .$$

Соответственно действующее

$$F = \frac{F_m}{\sqrt{2}} = \frac{l\omega\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2}}{\sqrt{2}} . \quad (5)$$

Мощность определяется следующим образом:

$$s = fv = l\omega\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2}\cos(\omega t + \varphi) l\omega\cos\omega t =$$
$$= 0,5 l^2\omega^2\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2}\left[\cos\varphi + \cos(2\omega t + \varphi)\right] =$$
$$= FV\left[\cos\varphi + \cos(2\omega t + \varphi)\right] =$$
$$= FV\left(\cos\varphi + \cos 2\omega t\cos\varphi - \sin 2\omega t\sin\varphi\right) =$$
$$= FV\cos\varphi\left(1 + \cos 2\omega t\right) - FV\sin\varphi\sin 2\omega t . \quad (6)$$

Так же как активная мощность в электротехнике, определяется механическая диссипативная мощность

$$P = FV\cos\varphi . \quad (7)$$

φ представляет собой разность фаз колебаний представленных величин.

Так же как реактивная мощность в электротехнике, определяется механическая реактивная (инерционная) мощность

$$Q_i = FV\sin\varphi . \quad (8)$$

В электротехнике принято, что P – это среднее значение, а Q – амплитуда. Здесь все обстоит точно также.

Так же как в электротехнике, определяется полная мощность

$$S = \sqrt{Q_i^2 + P^2} = FV . \quad (9)$$

Она находится как умножение действующих значений величин.

С учетом (1), (5) и (8)

$$Q_i = FV\sin\varphi =$$
$$= \frac{l\omega\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2}}{\sqrt{2}}\frac{l\omega}{\sqrt{2}}\frac{m\omega}{\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2}} = \frac{ml^2\omega^3}{2} . \quad (10)$$

В то же время

$$f_a v = -lm\omega^2\sin\omega t\, l\omega\cos\omega t = -0,5 l^2 m\omega^3 \sin 2\omega t =$$
$$= -F_a V\sin 2\omega t = -Q_i \sin 2\omega t \quad (11)$$

(см. (6) и (10)).

С учетом (1), (5) и (7)

$$P = FV\cos\varphi =$$
$$= \frac{l\omega\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2}}{\sqrt{2}}\frac{l\omega}{\sqrt{2}}\frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2}} = \frac{\mu l^2\omega^2}{2} . \quad (12)$$

В то же время

$$f_\mu v = \mu l\omega\cos\omega t\, l\omega\cos\omega t =$$
$$= 0,5\mu l^2\omega^2(1 + \cos 2\omega t) =$$
$$= F_\mu V(1 + \cos 2\omega t) = P(1 + \cos 2\omega t) \quad (13)$$

(см. (6) и (12)).

С учетом (9), (10) и (12)

$$S = FV = \frac{l\omega\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2}}{\sqrt{2}} \frac{l\omega}{\sqrt{2}} = \frac{l^2\omega^2\sqrt{\mu^2 + m^2\omega^2}}{2}.$$

Реактивная деформационная мощность

Далее рассматриваются силы при линейной упругой деформации [5–8]. Инертность во внимание не принимается.

Сила определяется как

$$f_k = kx = kl\sin\omega t, \tag{14}$$

k – жесткость.

Сумма сил, принимая во внимание (3), равна

$$f = f_k + f_\mu = kl\sin\omega t + \mu l\omega\cos\omega t =$$

$$= l\sqrt{k^2 + \mu^2\omega^2}\left(\frac{k}{\sqrt{k^2 + \mu^2\omega^2}}\sin\omega t + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu\omega}{\sqrt{k^2 + \mu^2\omega^2}}\cos\omega t\right).$$

Пусть

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{k}{\mu\omega}.$$

При этом формулу для силы можно записать в виде

$$f = l\sqrt{k^2 + \mu^2\omega^2}\left(\sin\varphi\sin\omega t + \cos\varphi\cos\omega t\right) =$$

$$= l\sqrt{k^2 + \mu^2\omega^2}\cos\left(\omega t - \varphi\right).$$

Максимальное значение

$$F_m = l\sqrt{k^2 + \mu^2\omega^2}.$$

Соответственно действующее

$$F = \frac{F_m}{\sqrt{2}} = \frac{l\sqrt{k^2 + \mu^2\omega^2}}{\sqrt{2}}. \tag{15}$$

Мощность определяется следующим образом:

$$s = fv = l\sqrt{k^2 + \mu^2\omega^2}\cos\left(\omega t - \varphi\right)l\omega\cos\omega t =$$

$$= 0{,}5l^2\omega\sqrt{k^2 + \mu^2\omega^2}\left[\cos\varphi + \cos\left(2\omega t - \varphi\right)\right] =$$

$$= FV\left[\cos\varphi + \cos(2\omega t - \varphi)\right] =$$

$$= FV\left(\cos\varphi + \cos 2\omega t\cos\varphi + \sin 2\omega t\sin\varphi\right) =$$

$$= FV\cos\varphi\left(1 + \cos 2\omega t\right) + FV\sin\varphi\sin 2\omega t. \tag{16}$$

По аналогии (6), (7) и (12) тепловая мощность равна

$$P = FV\cos\varphi =$$

$$= \frac{l\sqrt{k^2 + \mu^2\omega^2}}{\sqrt{2}} \frac{l\omega}{\sqrt{2}} \frac{\mu\omega}{\sqrt{k^2 + \mu^2\omega^2}} = \frac{\mu l^2\omega^2}{2}.$$

С учетом (15), (1), (8) и (16) реактивная деформационная мощность имеет вид

$$Q_d = FV\sin\varphi =$$

$$= \frac{l\sqrt{k^2 + \mu^2\omega^2}}{\sqrt{2}} \frac{l\omega}{\sqrt{2}} \frac{k}{\sqrt{k^2 + \mu^2\omega^2}} = \frac{kl^2\omega}{2}. \tag{17}$$

В то же время

$$f_k v = kl\sin\omega t\, l\omega\cos\omega t = 0{,}5kl^2\omega\sin 2\omega t =$$

$$= F_k V\sin 2\omega t = Q_d\sin 2\omega t \tag{18}$$

(см. (16) и (17)).

Полная механическая мощность находится как

$$S = FV = \sqrt{Q_d^2 + P^2} = \frac{l^2\omega\sqrt{k^2 + \mu^2\omega^2}}{2}.$$

Реактивная гравитационная мощность

Момент силы при отклонении математического маятника от положения равновесия определяется как

$$m_J = mgL\alpha.$$

Здесь L – длина подвеса; α – отклонение (град).

При этом

$$\alpha = \alpha_0\sin\omega t.$$

Производная отклонения

$$\dot{\alpha} = \alpha_0\omega\cos\omega t = \alpha_0\sqrt{\frac{g}{L}}\cos\omega t.$$

Механическая мощность

$$q_g = m_J\dot{\alpha} = mgL\alpha_0\sin\omega t\,\alpha_0\sqrt{\frac{g}{L}}\cos\omega t =$$

$$= 0{,}5m\alpha_0^2\sqrt{Lg^3}\sin 2\omega t.$$

Реактивная гравитационная мощность равна

$$Q_g = 0{,}5m\alpha_0^2\sqrt{Lg^3}.$$

Комплексное представление

Гармоническую величину можно представлять в виде комплексной амплитуды вектора в комплексной плоскости для нулевого момента времени.

Комплексная скорость при инертной нагрузке равна

$$\dot{V}_m = V_m e^{j\pi/2} .$$

Имеется в виду, что

$$v = V_m \cos\omega t = \mathrm{Re}\,\dot{V}_m .$$

При переходе к действующим величинам

$$\dot{V} = V e^{j\pi/2} , \ \dot{F} = F e^{j(\pi/2+\varphi)} .$$

Так же как в электротехнике, для определения полной мощности необходимо умножить силу не на саму скорость, а на *сопряженный* ей вектор

$$\underline{S} = \dot{F}\overset{*}{V} = F e^{j(\pi/2+\varphi)} V e^{-j\pi/2} = FV e^{j(\pi/2+\varphi-\pi/2)} =$$
$$= FV e^{j\varphi} = FV\cos\varphi + jFV\sin\varphi = P + jQ_i .$$

Над комплексными величинами, не являющимися изображениями гармонической функции, точка не ставится, такие величины подчеркиваются.

Реактивная деформационная мощность имеет обратный знак

$$\underline{S} = \dot{F}\overset{*}{V} = F e^{j(\pi/2-\varphi)} V e^{-j\pi/2} = FV e^{j(\pi/2-\varphi-\pi/2)} =$$
$$= FV e^{-j\varphi} = FV\cos\varphi - jFV\sin\varphi = P + jQ_d .$$

Нетрудно убедиться, что

$$P = \mathrm{Re}\,\dot{F}\overset{*}{V} , \ Q = \mathrm{Im}\,\dot{F}\overset{*}{V} .$$

Представление с использованием трехмерных векторов

Гармонические скорости и силы допускают векторное представление, при котором они являются проекциями на выбранную ось в плоскости виртуального вращения.

Подобно комплексному представлению гармонические величины можно отождествить с проекциями вращающихся векторов (в рассматриваемом случае **F** и **V**) на ортогональные оси в *фазовой* плоскости вращения. Формулы мощностей приобретают компактный вид

$$P = (\mathbf{F}, \mathbf{V}), \ \mathbf{Q} = [\mathbf{F}, \mathbf{V}], \ S^2 = (\mathbf{F}, \mathbf{V})^2 + [\mathbf{F}, \mathbf{V}]^2 .$$

Материальным воплощением виртуальных вращающихся векторов в вибрационных процессах являются кривошипы вращательно-линейных преобразователей.

Заключение

В настоящей работе представлено математическое описание механических колебательных процессов под действием внешнего силового гармонического воздействия. Развиваемая при этом механическая мощность помимо диссипативной составляющей содержит другие виды мощности – инерционную, деформационную и гравитационную. Потоки последних трех видов мощности являются обратимыми – источник внешнего воздействия и объект, совершающий колебания, обмениваются между собой любым из этих видов мощности. В этой связи все виды механической мощности являются аналогами электрических видов мощности – активной и реактивной. По этой же причине полная механическая мощность определяется аналогично полной электрической мощности.

Указанные виды механической мощности допускают комплексное и векторное представления. Вращающиеся векторы при линейных колебаниях могут быть ассоциированы с кривошипами привода, преобразующего вращательное движение в возвратно-поступательное.

Список литературы

1. Попов И.П., Кубарева С.Ю. Автобалансировка вибрационных машин // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2018. Т. 16. № 3. С. 140–144. https://doi.org/10.18503/1995-2732-2018-16-3-140-144
2. Попов И.П. Моделирование биинертного осциллятора // Приложение математики в экономических и технических исследованиях: сб. науч. тр. / под общ. ред. В.С. Мхитаряна. Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2017. С. 188–192.
3. Wang, X., Sun, G., Wang, L., Ma Q., Cui J. A new ap-proach for preparing SiC particle-reinforced aluminum ma-trix composites by applying electromagnetic field. J. Wuhan Univ. of Technology (Mater. Sci.). 2016. Vol. 31. No. 4. P. 717–721.
4. Propescu M., Vagra B. Microstructure of aluminum alloys solidified by rotating electric field. Mater. Mech. 2015. No. 10. P. 44–48.
5. Hongxiang Zong, Dezhen Xue, Xiangdong Ding and Turab Lookman. Phase transformations in Titanium: Anisotropic deformation of ω phase. Journal of Physics: Conference Series. 2014. V.500. P. 112042. DOI: 10.1088/1742-6596/500/11/112042/
6. Lux, R., Kletzin, U., Geinitz, V., Beyer, P. Changes in mechanical parameters of stored patented cold-drawn steel wire // Wire Journal International. Vol. 47, iss. 7, July 2014, pp. 78–83.

7. Yu Y.-Q. Analysis of the tube head upsetting forming process // Petrochemical Equipment. 2015. Vol. 44. P. 58–63.
8. Зайдес С.А. Новые способы поверхностного пластического деформирования при изготовлении деталей машин // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2018. Т.16. №3. С. 129–139. https://doi.org/10.18503/1995-2732-2018-16-3-129-139.

Поступила 04.02.19
Принята в печать 28.02.19

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

https://doi.org/10.18503/1995-2732-2019-17-2-55-59

REACTIVE AND FULL MECHANICAL POWER OF VIBRATION MACHINES

Igor P. Popov – Assistant Professor
Kurgan State University. E-mail: ip.popow@yandex.ru

Abstract. The types of mechanical power in vibration processes are under study. When vibration machines work, kinetic energy is generated due to the movement of massive bodies and thermal energy is produced due to friction. Their derivatives define different types of mechanical power: variable reactive and nonnegative thermal types. A dual-inverse analogue of reactive mechanical power is reactive electrical power. Thermal mechanical power corresponds to the electrical active power. **The aim of this paper** is to give a theoretical description of the varieties of power that occur during the operation of vibration machines. The task is an analytical representation of the energy aspect of vibration phenomena. The relevance of the study is due to the negative effect of mechanical reactive power on the quality of supply current (the appearance of harmonics with the frequency of mechanical vibrations, the transformation of mechanical reactive power into electrical reactive power, etc.). The study is based on the fact that in a satisfactory approximation the movement of a massive working body of the vibration mechanism is deemed to be harmonic, just as active power of electrical engineering is determined by the mechanical dissipative power $P = FV\cos\varphi$, where φ is the phase difference of oscillations of the presented values, just as reactive power of electrical engineering is determined by the mechanical reactive (inertial) power $Q_i = FV\sin\varphi$. In electrical engineering it is assumed that P is an average value, and Q is the amplitude. Everything is the same in this case, just as in electrical engineering total power is determined: $S = \sqrt{Q_i^2 + P^2} = FV$. It is calculated as a multiplication of the effective values of the quantities. Complex and vector descriptions of dissipative and reactive power are presented. The tangible embodiment of virtual rotating vectors in vibration processes are cranks of rotational and linear transducers.

Keywords: reactive power, active power, full power, complex representation, vector representation.

References

1. Popov I.P., Kubareva S.Yu. Automatic balancing vibration machines. *Vestnik Magnitogorskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University], 2018, vol. 16, no. 3, pp. 140–144. https://doi.org/10.18503/1995-2732-2018-16-3-140-144 (In Russ.)
2. Popov I.P. Modeling a bi-inert oscillator. *Prilozhenie matematiki v ekonomicheskikh i tekhnicheskikh issledovaniyakh: sb.nauch.tr.* [Application of mathematics in economical and technical studies: collection of papers]. Edited by Mkhitaryan V.S. Magnitogorsk: Nosov Magnitogorsk State Technical University, 2017, pp.188-192. (In Russ.)
3. Wang X., Sun G., Wang L., Ma Q., Cui J. A new approach for preparing SiC particle-reinforced aluminum matrix composites by applying electromagnetic field. J. Wuhan Univ. of Technology (Mater. Sci.). 2016, vol. 31, no. 4, pp. 717–721.
4. Propescu M., Vagra B. Microstructure of aluminum alloys solidified by rotating electric field. Mater. Mech. 2015, no. 10, pp. 44–48.
5. Hongxiang Zong, Dezhen Xue, Xiangdong Ding, Turab Lookman. Phase transformations in titanium: anisotropic deformation of ω phase. Journal of Physics: Conference Series, 2014, vol.500, p. 112042. DOI: 10.1088/1742-6596/500/11/112042/
6. Lux R., Kletzin U., Geinitz V., Beyer P. Changes in mechanical parameters of stored patented cold-drawn steel wire. Wire Journal International, vol. 47, no. 7, July 2014, pp. 78–83.
7. Yu Y.-Q. Analysis of the tube head upsetting forming process. Petrochemical Equipment, 2015, vol. 44, pp. 58–63.
8. Zaydes S.A. New surface plastic deformation techniques in the manufacture of machine parts. *Vestnik Magnitogorskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University], 2018, vol. 16, no. 3, pp. 129–139. https://doi.org/10.18503/1995-2732-2018-16-3-129-139 (In Russ.)

Received 04/02/19
Accepted 28/02/19

Образец для цитирования

Попов И.П. Реактивная и полная механические мощности вибрационных машин // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2019. Т.17. №2. С. 55–59. https://doi.org/10.18503/1995-2732-2019-17-2-55-59

For citation

Popov I.P. Reactive and full mechanical power of vibration machines. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2019, vol. 17, no. 2, pp. 55–59. https://doi.org/10.18503/1995-2732-2019-17-2-55-59